Thomas

O pároco de um vilarejo da Inglaterra do século 18, até certo ponto obscuro em seu tempo, é festejado e considerado avançado nos meios científicos atuais – tudo por ter escrito um pequeno ensaio sobre probabilidade. O processo de raciocínio idealizado por Thomas Bayes nesse texto, que ele mesmo sequer levou a público, é tido hoje como uma nova forma de ver o mundo, como a base de uma verdadeira revolução em diferentes campos do conhecimento, da genética à teologia. Mas o que é o raciocínio bayesiano e por que vem ganhando tanto prestígio?

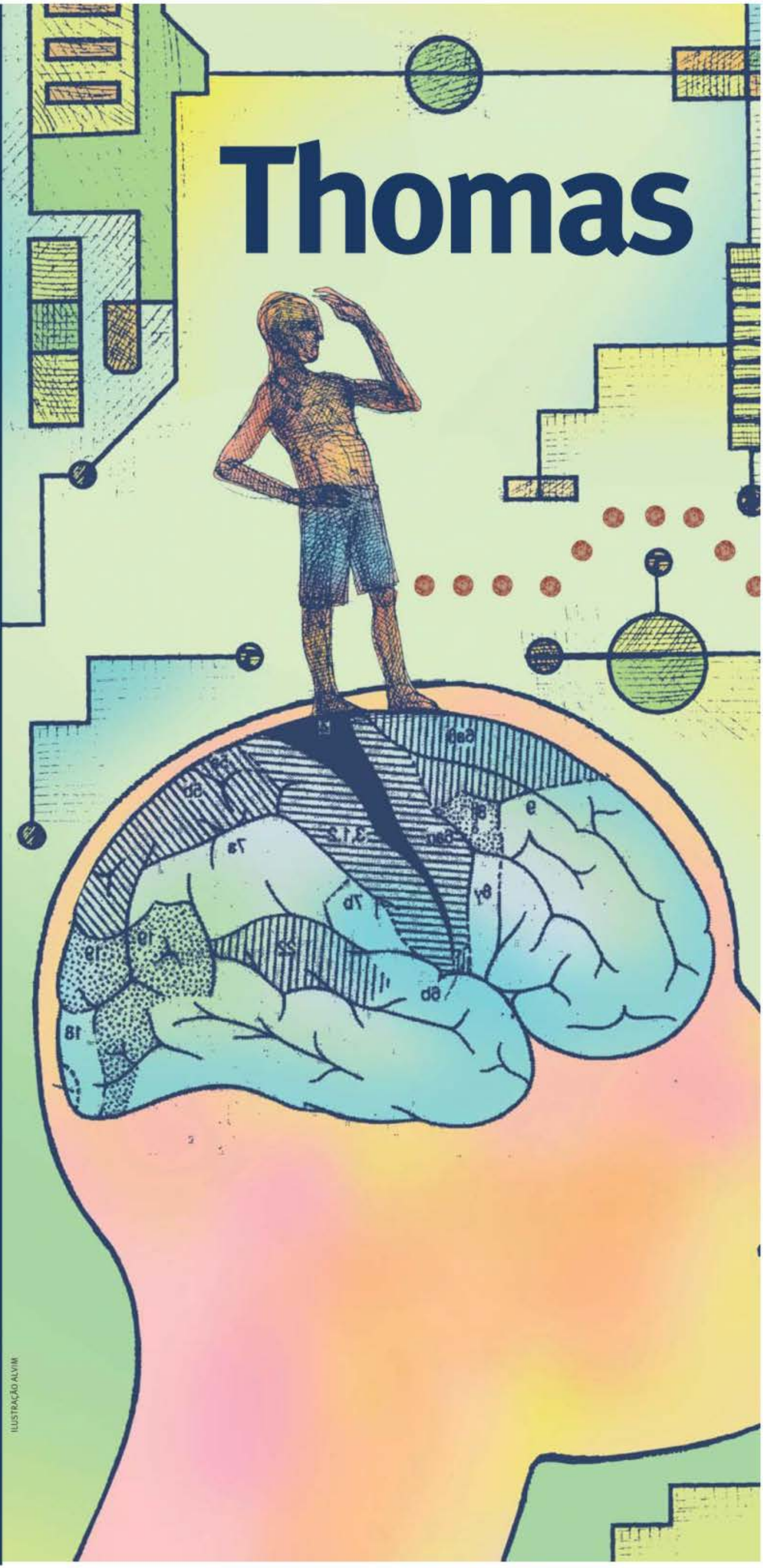
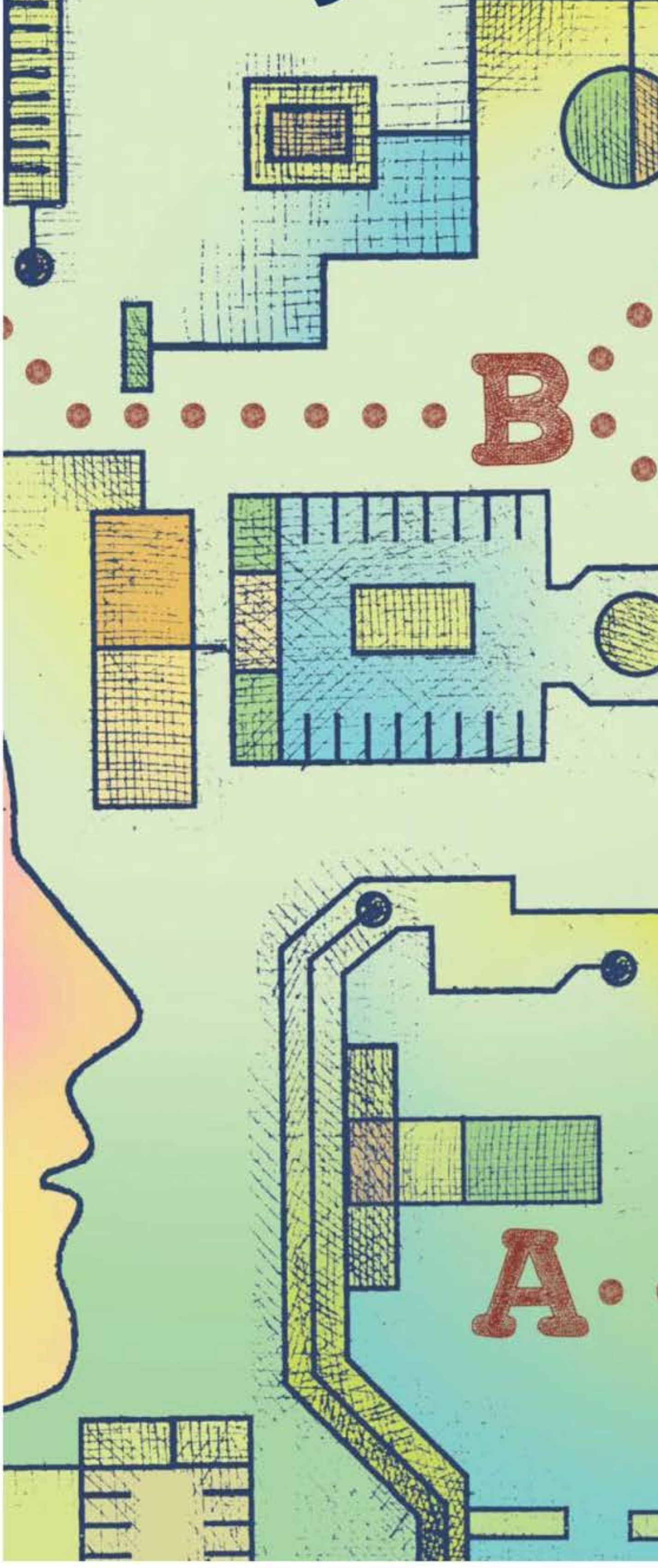


ILUSTRAÇÃO ALVIM

Sérgio Danilo Pena
Departamento de Bioquímica e Imunologia, Universidade Federal de Minas Gerais

Bayes: o 'cara'!



Se você visitar hoje o *campus* de uma universidade norte-americana, é provável que encontre estudantes usando camisetas com a inscrição *Bayes rules!* A tradução para o português seria algo como "Bayes é o 'cara'!" (em inglês, a frase contém um trocadilho que será revelado mais adiante). Curioso, você decide checar quem é esse Bayes, e o melhor lugar para isso é certamente a internet.

Ao digitar o nome 'Bayes' em uma página de busca (www.google.com.br, por exemplo) descobre-se que o nome completo dele é Thomas Bayes, que há um teorema de Bayes e que esse nome é citado (em junho deste ano) em nada menos que 9,3 milhões de páginas de internet! Se usarmos a palavra inglesa *bayesian* (bayesiano), o total de páginas sobe para 23,2 milhões. Se buscarmos informação em uma área específica, como o banco de dados de literatura biomédica *Pubmed* (www.ncbi.nlm.nih.gov), colocando 'Bayes' na linha de procura, encontramos nada menos que 6.655 artigos!

Finalmente, uma consulta, usando o nome 'Bayes', ao excelente repositório de sabedoria que é a *Enciclopédia de Filosofia de Stanford* (http://plato.stanford.edu) faz surgirem muitos verbetes: 'teorema de Bayes', 'lógica indutiva', 'epistemologia bayesiana', 'milagres', 'argumento teleológico para a existência de Deus', 'teoria dos jogos', 'conhecimento comum', 'interpretações de probabilidade', 'filosofia da economia', 'o problema do mal', 'teoria formal do aprendizado' e 'ateísmo e agnosticismo'! Isso já permite admitir que esse tal de Bayes deve ser de fato o 'cara' e certamente nos deixa ainda mais curiosos.

Este artigo tenta apresentar quem foi Bayes, o que são o seu teorema e a sua teoria da probabilidade e por que ele é importante em tantas áreas

Figura 1.
O reverendo Thomas Bayes (1701?-1776), na única representação que existe dele

do conhecimento, da medicina à teologia. Essa tentativa será feita da maneira mais simples, intuitiva e informal possível, sem muitas fórmulas ou letras gregas.

Quem foi Thomas Bayes

Considerando a sua imensa importância atual, sabemos pouco sobre Thomas Bayes (figura 1). Ele foi um reverendo presbiteriano que viveu no início do século 18 (1701?-1761) na Inglaterra. Estudou teologia na Universidade de Edimburgo (Escócia), de onde saiu em 1722. Em 1731 assumiu a paróquia de Tunbridge Wells, no condado de Kent, a 58 km de Londres. No mesmo ano apareceu na Inglaterra um livro anônimo – hoje creditado a Bayes – chamado *Benevolência divina*. Cinco anos depois, publicou seu primeiro e único livro de matemática, chamado *The doctrine of fluxions* (*A doutrina dos fluxions*) – o nome *fluxion* foi dado pelo matemático e físico Isaac Newton (1642-1727) para a derivativa de uma função contínua (que Newton chamava de *fluent*).

Com base nesse livro e em outras possíveis contribuições sobre as quais não temos dados precisos, Bayes foi eleito em 1752 para a Real Sociedade, entidade científica britânica criada em 1645. Dois anos após sua morte, um amigo, o filósofo Richard Price (1723-1791), apresentou à Real Sociedade um artigo que aparentemente encontrou entre os papéis do reverendo, com o nome '*An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*' ('Ensaio buscando resolver um problema na doutrina das probabilidades'). Nesse artigo estava a demonstração do famoso teorema de Bayes. Price acreditava que o artigo fornecia uma prova da existência de Deus (o texto, na íntegra, está na página http://publicacoes.gene.com.br/ciencia_hoje/Bayes.pdf). Após sua publicação, o trabalho caiu no esquecimento, do qual só foi resgatado pelo matemático francês Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), que o revelou ao mundo.

O raciocínio de Bayes

O raciocínio bayesiano pode ser explicado com um exemplo médico, relacionado com a chance de uma mulher ter câncer de mama, usando dados de um artigo do norte-americano Eliezer Yudkowsky, pesquisador da inteligência artificial. Recomenda-se que, a partir dos 40 anos, as mulheres façam mamografias anuais. Nessa idade, 1% das mulheres são portadoras de um tumor assintomático de mama. Sabe-se que a mamografia apresenta resultado positivo em 80% das mulheres com câncer de mama, mas esse mesmo resultado ocorre também com 9,6% das mulheres sem o câncer. Imagine agora que você chega em casa e encontra sua tia aos prantos, desesperada, porque fez uma mamografia de rotina e o resultado foi positivo! Qual a probabilidade de ela ter um câncer de mama? Pense bem e escreva sua resposta em um papel.

Vamos agora montar o problema de uma maneira bayesiana. Em primeiro lugar, sua tia tem o câncer de mama (CA) ou não (não-CA). Essas alternativas, mutuamente excludentes, podem ser colocadas em uma tabela, como abaixo. Podemos iniciar o raciocínio pela probabilidade de cada alternativa 'antes de fazer qualquer teste'. É a chamada probabilidade *a priori* – ter câncer ou não ter. Como em média 1% das mulheres de 40 anos têm um tumor de mama, a probabilidade *a priori* de sua tia ter um câncer é de 1% (0,01) e de não ter é de 99% (0,99).

	TEM CÂNCER	NÃO TEM CÂNCER
PROB. *A PRIORI*	0,01	0,99

Agora vamos incorporar o resultado da mamografia. Se o câncer de mama está presente, a probabilidade condicional de a mamografia ser positiva é 0,80 (80%), e se não está presente é de 0,096 (9,6%).

	TEM CÂNCER	NÃO TEM CÂNCER
PROB. *A PRIORI*	0,01	0,99
PROB. CONDICIONAL	0,8	0,096

Multiplicando a probabilidade *a priori* pela condicional, obtemos a probabilidade conjunta:

	TEM CÂNCER	NÃO TEM CÂNCER
PROB. *A PRIORI*	0,01	0,99
PROB. CONDICIONAL	0,8	0,096
PROB. CONJUNTA	0,01 x 0,8 = 0,008	0,99 x 0,096 = 0,0095

Observe que a soma das probabilidades *a priori* é 1, mas isso não acontece com as probabilidades conjuntas. Para fazer com que essa segunda soma se torne 1, é preciso usar uma normalização, dividindo cada probabilidade conjunta pela soma das duas. Chegamos assim à chamada probabilidade *a posteriori*.

	TEM CÂNCER	NÃO TEM CÂNCER
PROB. *A PRIORI*	0,01	0,99
PROB. CONDICIONAL	0,8	0,096
PROB. CONJUNTA	0,01 x 0,8 = 0,008	0,99 x 0,096 = 0,0095
NORMALIZAÇÃO	(0,008 + 0,0095 = 0,0175)	
PROB. *A POSTERIORI*	0,008/0,0175 = 0,46	0,0095/0,0175 = 0,54

Portanto, o raciocínio bayesiano nos levou, de modo muito simples, a concluir que a probabilidade *a posteriori* (ou seja, após o teste) de sua tia não ter um câncer de mama é de 0,54 (54%) e você pode tranqüilizá-la de que a situação não é inevitável.

Quando esse problema foi apresentado a várias pessoas, inclusive estudantes de medicina, observou-se uma tendência a superestimar a probabilidade *a posteriori* da doença. Isso revela que o raciocínio bayesiano não é intuitivo. Parece haver uma tendência geral a ignorar o fato de que a probabilidade *a priori* de doença é pequena, fenômeno denominado 'falácia da probabilidade de base' pelo psicólogo norte-americano (de origem israelense) Daniel Kahneman, premiado com o Nobel de Economia em 2002 por estudos sobre o comportamento de investidores. Outro modo de expressar isso é dizer que em geral as pessoas não são racionais. Em artigo recente, Mike Alder, professor de matemática e filosofia da ciência na Universidade da Austrália Ocidental, escreveu que o aprendizado da teoria bayesiana pode tornar qualquer um muito mais inteligente que seus amigos e até transformá-lo em um super-humano.

Bayes e a prática médica

No exemplo acima, o raciocínio bayesiano permitiu quantificar o grau em que o resultado positivo da mamografia ajustou uma estimativa inicial da chance de a mulher ter um câncer de mama. Sob esse ponto de vista, um teste médico funciona como um 'modificador de opinião', atualizando uma hipótese inicial (probabilidade *a priori*) para gerar outra (probabilidade *a posteriori*). Essa última engloba tanto a crença anterior (probabilidade *a priori*) quanto o resultado do teste. A probabilidade *a posteriori*, é óbvio, torna-se automaticamente a probabilidade *a priori* para testes subseqüentes.

Alguns autores afirmam que o raciocínio diagnóstico dos médicos é naturalmente bayesiano. Quando o paciente diz estar "com dor no peito", o bom clínico já imagina uma série de possibilidades diagnósticas (o diagnóstico diferencial). Destaque-se aqui que o raciocínio bayesiano aplica-se não apenas a dois estados (no caso, infarto ou não-infarto) mutuamente excludentes, mas a três, quatro ou mais hipóteses. Assim, métodos bayesianos podem ser usados para decidir entre várias possibilidades diagnósticas, examinando-se qual a mais consistente com os dados clínicos. À medida que prossegue a conversa com o paciente e depois, com o exame físico, o médico reajusta constante e automaticamente suas probabilidades iniciais – e, para isso, resultados negativos em exames são tão importantes quanto os positivos.

Como saber quem é o pai?

Outra aplicação prática do teorema de Bayes se dá nos exames de paternidade. Você é procurado por um amigo aflito, Sinfrônio, que suspeita de traição da esposa, pois o filho não se parece nada com ele. Então você colhe sangue de Sinfrônio, da esposa e da criança, prepara DNA e, usando a mágica laboratorial da genética molecular, identifica os alelos presentes em uma região genética, ou *loco* (*D13S308*, por exemplo) – alelos são as versões possíveis de um gene, e a criança herda uma versão do pai e outra da mãe.

Os resultados mostram que, nesse *loco*, a mãe tem os alelos 14 e 17, a criança tem o 13 e o 17 e Sinfrônio tem o 10 e o 13. A criança deve ter herdado da mãe o 17 (pois ambos o têm). Portanto, o 13 veio do pai biológico. Para alívio geral, Sinfrônio tem esse alelo. Se não estivesse presente, não seria o pai biológico (exclusão da paternidade) ou teria ocorrido uma mutação (um evento raro). A presença do alelo 13, porém, não prova que Sinfrônio é de fato o pai, já que outras pessoas podem carregar o mesmo alelo. Será que, sabendo desses dados do *loco D13S308*, podemos calcular a probabilidade de Sinfrônio ser o pai?

Para isso, vamos organizar o problema de modo ▸

bayesiano. As alternativas são mutuamente excludentes: o pai biológico é Sinfrônio ou outro indivíduo. Se Sinfrônio é o pai, o espermatozóide dele que fecundou o óvulo da mãe carregava o alelo 13 – lembrando que espermatozóides são haplóides, ou seja, levam apenas um alelo de cada gene. Como ele tem dois alelos (10 e 13), cada um tem uma probabilidade de 50% (0,5) de ser o 'escolhido'. E se o pai é outro, qual a chance de seu espermatozóide portar o alelo 13? Não existindo um 'suspeito' específico, a resposta é dada pela freqüência do alelo 13 na população (digamos que seja de 7,5%, ou 0,075). Essas probabilidades de 0,5 e 0,075 são, portanto, as nossas probabilidades condicionais.

Entretanto, como no caso do câncer de mama, é preciso saber as probabilidades *a priori* de que Sinfrônio ou outro indivíduo qualquer sejam o pai biológico da criança. Aqui, pode-se agir de maneiras diferentes. Na mais óbvia, você estima a probabilidade *a priori* subjetivamente, com base no que conhece de Sinfrônio e da esposa. No entanto, quando se lida com muitos casos de determinação de paternidade, é inviável estudar os detalhes de cada um para fazer essa estimativa. Adota-se, então a outra maneira: utilizar na análise uma mesma probabilidade *a priori* para todos os casos. Isso não influencia muito a probabilidade final de paternidade – tanto que o uso de 0,50 (50%) é hoje uma convenção internacional. Agora é possível montar a tabela:

	SINFRÔNIO É O PAI	O PAI É OUTRO
PROB. *A PRIORI*	0,50	0,50
PROB. CONDICIONAL	0,50	0,075
PROB. CONJUNTA	0,50 x 0,50 = 0,25	0,50 x 0,075 = 0,0375
NORMALIZAÇÃO	(0,25 + 0,0375 = 0,2875)	
PROB. *A POSTERIORI*	0,25/0,2875 = 0,87	0,0375/0,2875 = 0,13

Esse único resultado já permite começar a tranqüilizar o Sinfrônio. No entanto, para que a certeza final seja alta é preciso estudar mais *locos*. Os bons laboratórios rotineiramente examinam ao menos 12 regiões genéticas em cada determinação de paternidade. Assim, a tabela terá 12 probabilidades condicionais (uma para cada *loco*) e, desde que os *locos* usados sejam independentes, todas elas podem ser usadas no cálculo da probabilidade *a posteriori*. No fim, a evidência laboratorial será tão forte que a probabilidade *a priori* não afetará o resultado de maneira relevante.

Essa facilidade de calcular probabilidades bayesianas parece indicar que não há qualquer segredo na análise de casos de paternidade. Há casos, no entanto, bem mais complexos. Um exemplo é a determinação da paternidade após a morte do possível pai. Nesse caso, é necessário reconstituir o perfil genético desse possível pai a partir de familiares vivos. Dependendo da relação genética (parentesco) entre as pessoas testadas e o indivíduo falecido, o raciocínio bayesiano pode ficar sinuoso, sendo difícil seguir a lógica. A saída é usar soluções gráficas, as chamadas 'redes bayesianas', diagramas que analisam problemas reais através de um mapeamento probabilístico das relações de causa e efeito entre as variáveis (figura 2). A explicação de como funciona uma rede bayesiana em determinação de paternidade está além dos objetivos deste artigo, mas pode ser encontrada na página www.gene-pater.com.

Milagres: ocorrem ou não?

A possibilidade da ocorrência de milagres e a crença neles têm historicamente sido objeto de análise científica e filosófica. O local clássico da discussão moderna e contemporânea sobre milagres é o décimo capítulo ('Dos milagres') de um livro de 1748, *Investigação acerca do entendimento humano*, do filósofo e historiador escocês David Hume (1711-1776). Nesse capítulo, ele diz: "Não há testemunho suficiente para fundamentar um milagre, a menos que o testemunho seja tal que a sua falsidade seria ainda mais miraculosa que o fato que se pretende estabelecer."

Esse raciocínio – na minha modesta opinião – é perfeitamente correto do ponto de vista bayesiano. O que Hume diz é que a probabilidade *a priori* de que um milagre tenha acontecido é tão pequena que só uma probabilidade condicional enorme pode tornar o milagre crível. Outros autores, como o filósofo norte-americano John Earman, não concordam com essa interpretação, e certamente pessoas religiosas também vão discordar, pois com base em sua fé elas ajustarão subjetivamente a probabilidade *a priori* para níveis bem maiores que os imaginados por alguém não-religioso.

Em 2005 o periódico *Public Library of Sciences (PLoS) – Medicine* publicou um artigo do epidemiologista grego John Ioannidis, intitulado 'Por que a maioria dos resultados científicos publicados são falsos' (http://medicine.plosjournals.org/perlserv/?request=get-document&doi=10.1371/journal.pmed.0020124), que causou sensação no meio médico. Um dos argumentos do artigo é de certa forma análogo ao dos milagres citado acima. Vejamos: é prática rotineira, embora mal justificada, usar em testes estatísticos de estudos científicos um nível de significância (limite para a chance de os resultados obtidos terem ocorrido ao acaso) de 5%.

Mas em geral não é levada em conta a probabilidade *a priori* de o achado ser verdadeiro. Muitas vezes essa probabilidade inicial é tão pequena que um nível de significância de 5% não é nem de longe suficiente para a sua reversão.

Imaginemos, em um exercício mental, a hipótese fantasiosa de que a vitamina C constitui uma cura para o câncer. Para testar isso, estudamos um grupo de 200 indivíduos com câncer, distribuídos aleatoriamente em dois grupos de 100. Um grupo é tratado por três meses com vitamina C, de modo duplo-cego (paciente e pesquisador não sabem se o que é dado ao primeiro contém mesmo a vitamina, o que é controlado à parte). O outro grupo é tratado com um placebo (substância sem qualquer efeito). Ao final, descobre-se que o câncer não progrediu em 65 dos pacientes que de fato tomaram a vitamina C, e que o mesmo aconteceu a 50 dos que não tomaram a vitamina. Um teste estatístico confirma que essa diferença é significativa ao nível de 5% (porque a chance de que seja fruto do acaso é menor que 5%). Com base nisso, é possível escrever um artigo científico defendendo a hipótese de que a vitamina C tem ação contra o câncer. Esse procedimento está correto? Obviamente, não.

O problema, nesse caso, é que não foi levado em conta o consenso, existente na literatura médica e baseado em inúmeros experimentos semelhantes, de que a vitamina C não cura o câncer. Assim, a probabilidade *a priori* de que um estudo isolado revele uma verdade oculta e revire os cânones da medicina é infinitesimalmente pequena. A não ser que a evidência experimental seja fabulosamente forte, é melhor ficar calado.

Toda uma visão de mundo

Em princípio podemos dizer que o bayesianismo tem dois importantes alicerces epistemológicos. O primeiro é a visão do universo com base em graus de crença ou credibilidades, em vez do 'tudo-ou-nada'. O segundo é uma regra matemática que explicita como você deve mudar suas crenças à luz de novos dados empíricos. A partir desses dois pilares podemos deduzir uma série de implicações filosóficas do bayesianismo. Não temos espa-

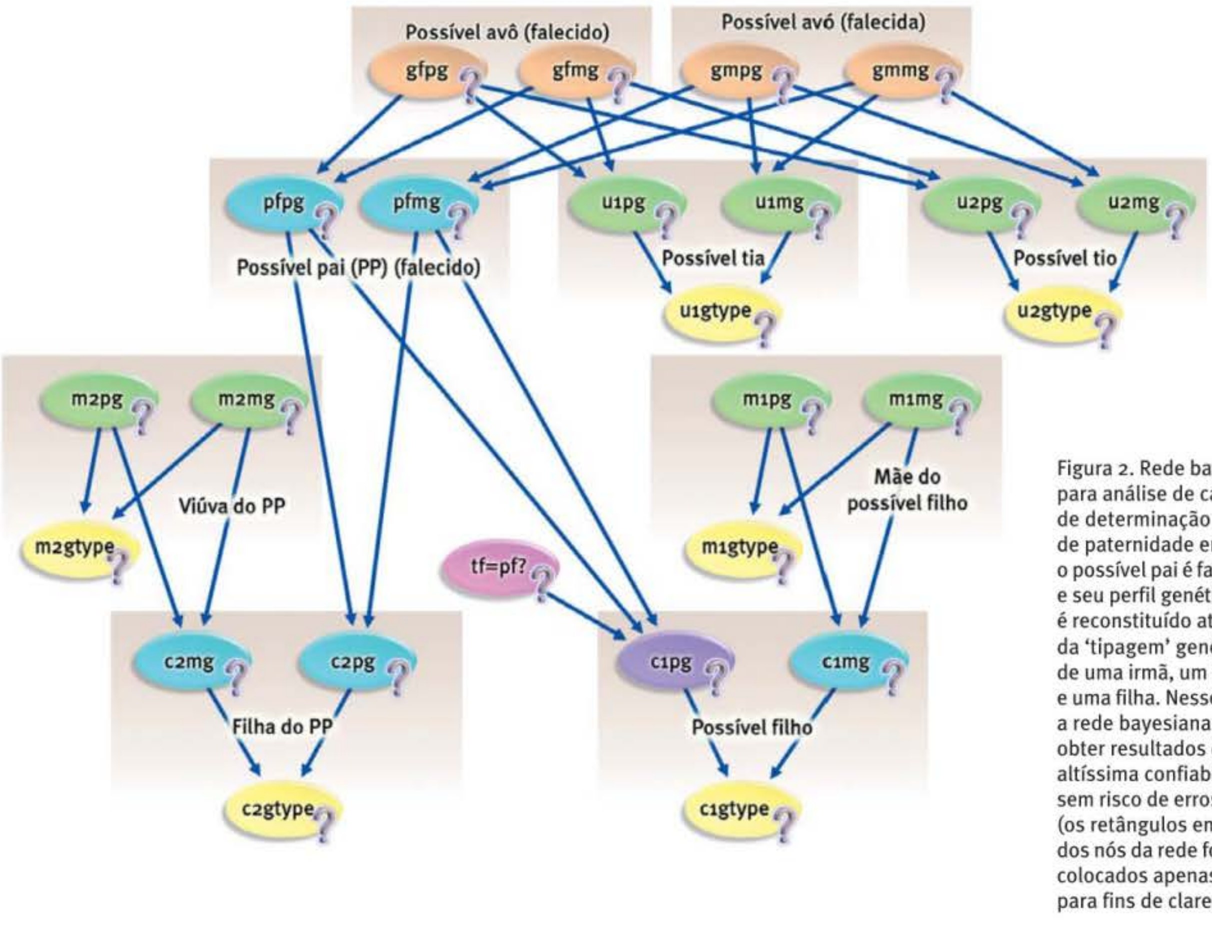


Figura 2. Rede bayesiana para análise de caso de determinação de paternidade em que o possível pai é falecido e seu perfil genético é reconstituído através da 'tipagem' genética de uma irmã, um irmão e uma filha. Nesses casos, a rede bayesiana permite obter resultados de altíssima confiabilidade sem risco de erros lógicos (os retângulos em torno dos nós da rede foram colocados apenas para fins de clareza)

O TEOREMA DE BAYES

Para chegar ao teorema de Bayes, partimos de princípios básicos. Assim, a probabilidade de que observemos simultaneamente um evento A e um evento B é dada por:

$$P(A \cap B) = P(A/B) \,.\, P(B) \qquad (1)$$

Por outro lado, a probabilidade de que observemos simultaneamente um evento A e um evento B também pode ser dada por:

$$P(B \cap A) = P(A \cap B) = P(B/A) \,.\, P(A) \qquad (2)$$

Combinando (1) e (2), temos:

$$P(A/B) \,.\, P(B) = P(B/A) \,.\, P(A) \qquad 3)$$

Rearranjando, chegamos ao teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \,.\, P(A)}{P(B)} \qquad (4)$$

Como geralmente não conhecemos P(B), precisamos usar uma formulação alternativa, que é baseada em:

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c) \qquad (5)$$

Onde A^c é o evento complementar de A, também chamado de não-A. Usando nosso conhecimento básico (equação 1 acima) e substituindo, obtemos:

$$P(B) = [P(B/A) \,.\, P(A)] + [P(B/A^c) \,.\, P(A^c)] \qquad (6)$$

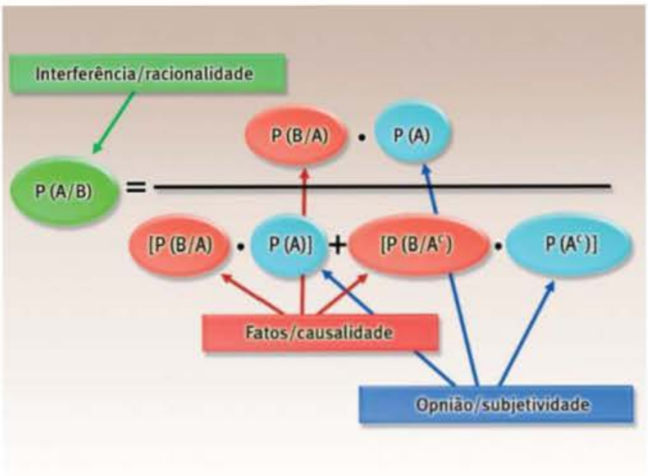
Substituindo 6 em 4 obtemos a formulação alternativa:

Probabilidades *a priori*

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \,.\, P(A)}{[P(B/A) \,.\, P(A)] + [P(B/A^c) \,.\, P(A^c)]}$$

Probabilidade *a posteriori*

Probabilidades condicionais



ço aqui para discutir em detalhe cada um desses tópicos, mas vale mencioná-los por alto, lembrando sempre que estamos apenas arranhando a superfície.

1. Em primeiro lugar, o processo de internalização da experiência empírica – e conseqüente modificação dos nossos graus de crença – tem sido comparado à experiência do aprendizado. Há, inclusive, uma teoria de aprendizado em inteligência artificial denominada 'aprendizado bayesiano'. Inúmeros programas (*softwares*) inteligentes baseiam-se em princípios bayesianos. Um exemplo mais corriqueiro está nos programas que filtram mensagens indesejadas em nossos correios eletrônicos.

2. Uma segunda implicação refere-se à existência de uma revolução bayesiana em curso. Ela se fundamenta não só no fato de que mais e mais cientistas estão usando o método bayesiano, mas no entendimento de que o próprio método científico tem lógica e estrutura bayesianas. O processo de elaborar hipóteses, testá-las experimentalmente e reajustar as crenças iniciais com base na evidência empírica obtida é essencialmente bayesiano. Esse modelo é mais poderoso que, por exemplo, o falsificacionismo do cientista social e filósofo austríaco Karl Popper (1902-1994), porque não é baseado em 'tudo-ou-nada'. Na realidade da prática científica, nenhum resultado de experimento, por mais contundente que seja, é capaz de falsificar uma hipótese, mas apenas de aumentar ou diminuir sua credibilidade. Em outras palavras, um resultado experimental deve ser visto como algo que modifica seu grau de crença em uma hipótese e não como uma maneira de chegar a uma verdade absoluta.

3. O filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) construiu um edifício lógico que lastreou a racionalidade humana por mais de 2 mil anos. Sua lógica, entretanto, é toda baseada na idéia de que uma proposição é falsa ou verdadeira – nenhuma outra alternativa é aceitável. Na vida real, porém, raramente encontramos situações em que podemos afirmar que esta ou aquela alternativa são verdades ou falsidades absolutas. Na década de 1920, o economista inglês John Maynard Keynes (1883-1946) mostrou ser possível construir uma lógica 'contínua'. Tomando-se uma afirmativa B, podemos estipular um número entre 0 e 1 que represente o quanto acreditamos nela – será a credibilidade de B. O valor 0 significa que a afirmativa é falsa e o valor 1 que é verdadeira, mas há infinitos valores de credibilidade entre 0 e 1. Essa 'credibilidade' de Keynes equivale à probabilidade subjetiva de Bayes. Daí para o bayesianismo é um pequeno salto, pois certamente fatos posteriores relevantes alterarão o valor-verdade (a credibilidade) de B. Assim, Bayes nos leva a uma generalização da lógica aristoteliana, ponto discutido com especial cuidado no já citado artigo de Mike Alder.

4. Em suma, o bayesianismo nos fornece toda uma visão de mundo. Como podemos ver na página anterior, o teorema de Bayes liga a inferência racional (a probabilidade *a posteriori*), no lado esquerdo da equação, à subjetividade (probabilidade *a priori*) e à experiência empírica (probabilidades condicionais), ambas no lado direito. Como escrito poeticamente por Eliezer Yudkowski, o teorema de Bayes liga a razão humana ao universo físico.

Considerando que Bayes tem importância tão grande em tantas áreas, seria de esperar que fosse um super-herói entre os estatísticos. Aparentemente, isso não ocorre, pelo menos para a maioria. Atualmente, a filosofia dominante nessa área é a chamada interpretação freqüentista. Bayesianos e freqüentistas usam métodos e linguagens diferentes. Como já vimos, na estatística bayesiana a probabilidade mede um grau de crença (uma credibilidade) e isso permite que falemos em probabilidade de hipóteses e parâmetros, o que não é possível no paradigma freqüentista. Como "em festa de jacu, inhambu não entra", este artigo fica fora dessa controvérsia.

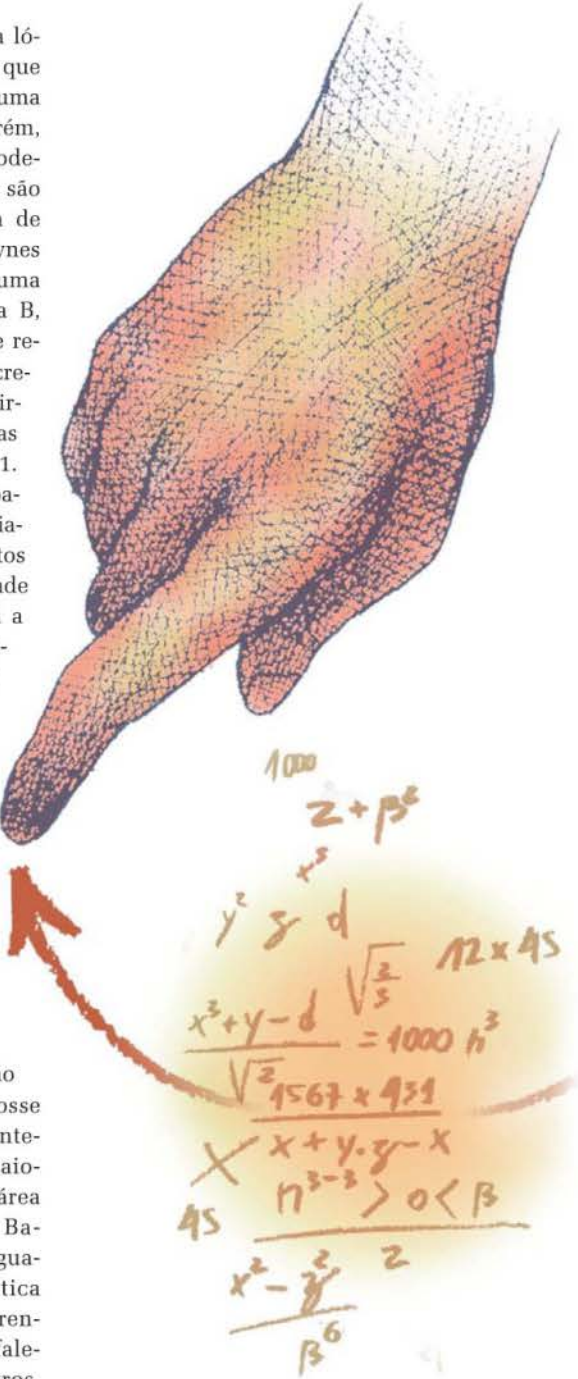


ILUSTRAÇÃO ALVIM

Curiosidade aguçada

As limitações de espaço fizeram com que essa introdução ao bayesianismo fosse breve e superficial. Entretanto, espero que ela possa aguçar a curiosidade dos leitores e estimulá-los a aprofundar seus estudos sobre Bayes, que podem ser iniciados na internet ou em outras fontes. Um último ponto: no primeiro parágrafo foi dito que a expressão "*Bayes rules!*", aqui traduzida como "Bayes é o 'cara'!", continha um trocadilho em inglês. Qual é? Bem, um sinônimo bastante utilizado para o teorema de Bayes (*Bayes' theorem*) é a expressão '*Bayes' rule*' ('regra de Bayes') – daí vem o trocadilho com a gíria *rules*. ■

Sugestões para leitura

'An intuitive explanation of bayesian reasoning' (Yudkowsky, 2003, em http://yudkowsky.net/bayes/bayes.html) e 'Non-aristotelian logic in practice, or how to be much cleverer than all your friends (so they *really* hate you)' (Alder, 2005, em http://www.maths.uwa.edu.au/~mike/Non-Aristotelian Logic in Practice.pdf).

'Why clinicians are natural bayesians' (Gill, Sabin & Schmid, 2005, em http://bmj.bmjjournals.com/cgi/content/full/330/7499/1080).

'The bayesian revolution in genetics' (Baumont & Rannala – *Nature Reviews Genetics*, v. 5, p. 251, 2004) e 'Bayesian analysis and risk assessment in genetic counseling and testing' (Ogino & Wilson, 2004, em http://jmd.amjpathol.org/cgi/content/full/6/1/1).

'Assessing probability of paternity and the product rule in DNA systems' (Gjertson & Morris, Geneticas, v. 96, p. 89, 1995).